Calcul du train d'atterrissage d'un ULM

Jean Fourcade <mitchellwing@volucres.fr>

1 août 2013

Nomenclature

$\ddot{z}$	accélération verticale de l'ULM (m/s^2)
$\dot{z}$	vitesse verticale de l'ULM (m/s)
F	force maximale appliquée par l'atterriseur à l'ULM (N)
g	accélération de la pesanteur (m/s^2)
h_d	altitude du décrochage (m)
h_l	altitude de lacher (m)
K_a	raideur totale de l'atterrisseur (N/m)
K_p	raideur du pneumatique gauche ou droit (N/m)
K_s	raideur de la suspension gauche ou droite (N/m)
m	masse de l'ULM (kg)
m'	masse de l'ULM pour le test de lâcher (kg)
n	facteur de charge subit à l'atterrissage
n_a	facteur de charge de l'amortisseur
n_m	facteur de charge maximum subit à l'atterrissage
P	portance à l'instant du décrochage (N)
p	coefficient de portance
S	surface de la voilure (m^2)
t_a	instant auquel la vitesse verticale d'annule (s)
V_i	vitesse verticale d'impact (m/s)
W	poids de l'ULM en charge (N)
W_a	poids apparent (N)
z	déplacement de l'atterrisseur
Z_a	course de l'atterrisseur (m)
Z_p	écrasement du pneumatique gauche ou droit (m)
Z_s	course de la suspension gauche ou droite (m)
Z_{a1}	course de l'atterrisseur due au seul poids (m)
Z_{p1}	écrasement du pneumatique gauche ou droit dû au seul poids (m)
Z_{s1}	course de la suspension gauche ou droite due au seul poids (m)

1 Introduction

Cette note a pour objet le calcul de la raideur et de la course du train d'atterrissage d'un ULM.

2 Définition du problème

Soit g l'accélération de la pesanteur (9.81 m/s^2) et m la masse totale maximale en charge de l'ULM. On déduit son poids W par :

$$W = mg \tag{1}$$

L'atterrissage est décomposé en deux phases :

- une première phase dite de décrochage qui s'écoule entre l'instant où l'ULM décroche et l'instant où les roues entrent en contact avec le sol ;
- une deuxième phase dite d'amortissement pendant laquelle les roues sont en contact avec le sol et qui se termine quand la vitesse verticale de l'ULM s'annule.

Pendant la première phase il y a deux forces en présence :

- le poids W dirigé vers le bas ;
- la portance P dirigée vers le haut.

A l'instant du décrochage la portance n'est plus égale au poids mais l'aile continue néanmoins de porter. On introduit le coefficient de portance p avec $p < 1$ défini par :

$$p = \frac{P}{W} \tag{2}$$

Durant la deuxième phase une troisième force R entre en jeu qui est la réaction de l'atterrisseur. Cette force est dirigée vers le haut.

Etudions les équations différentielles qui régissent les mouvements de ces deux phases.

3 Phase de décrochage

Notons $\ddot{z}$ l'accélération verticale de l'ULM positive vers bas. En considérant que la force de portance reste constante pendant la phase de décrochage l'équation différentielle qui régit le mouvement vertical de l'ULM est :

$$W - P = m\ddot{z} \tag{3}$$

On déduit :

$$\ddot{z} = g(1 - p) \tag{4}$$

Calculons la relation entre la vitesse verticale d'impact V_i et l'altitude h_d du décrochage. En intégrant deux fois l'équation précédente, on obtient :

$$h_d = \frac{1}{2}\frac{V_i^2}{g(1-p)} \tag{5}$$

4 Phase d'amortissement

L'équation différentielle qui régit le mouvement de l'ULM pendant l'action de l'amortisseur est :

$$W - P - R = m\ddot{z} \tag{6}$$

La force de réaction R s'exprime en fonction de la raideur K_a de l'amortisseur et son élongation z par :

$$R = K_a z \tag{7}$$

On déduit :

$$mg(1-p) - K_a z = m\ddot{z} \tag{8}$$

La solution de cette équation est :

$$z = \frac{mg(1-p)}{K_a} + a\cos\sqrt{\frac{K_a}{m}}t + b\sin\sqrt{\frac{K_a}{m}}t \tag{9}$$

avec a et b deux constantes déterminées par les conditions initiales.
La dérivée de la relation (9) fournit la vitesse verticale de l'ULM, soit :

$$\dot{z} = \sqrt{\frac{K_a}{m}}(-a\sin\sqrt{\frac{K_a}{m}}t + b\cos\sqrt{\frac{K_a}{m}}t) \tag{10}$$

On détermine les constantes a et b sachant qu'à l'instant où les roues touchent le sol ($t = 0$) nous avons les conditions suivantes :

- la vitesse verticale vaut V_i ;
- l'élongation de l'atterrisseur est nulle.

On déduit :

$$a = -\frac{mg(1-p)}{K_a} \tag{11}$$

$$b = V_i\sqrt{\frac{m}{K_a}} \tag{12}$$

Calculons l'instant où la vitesse de l'ULM s'annule. A partir de la relation (10), on déduit :

$$\tan(\sqrt{\frac{K_a}{m}}t) = \frac{b}{a} \tag{13}$$

Soit :

$$t = \sqrt{\frac{m}{K_a}}(\arctan(\frac{b}{a}) + k\pi) \tag{14}$$

Le rapport $\frac{b}{a}$ étant négatif l'instant t_a de la première annulation de la vitesse verticale est obtenue pour $k = 1$, soit :

$$t_a = \sqrt{\frac{m}{K_a}}(\arctan(\frac{b}{a}) + \pi) \tag{15}$$

A partir des relations trigonométriques remarquables suivantes :

$$\cos(\arctan(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \tag{16}$$

$$\sin(\arctan(x)) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \tag{17}$$

On déduit :

$$\sin\sqrt{\frac{K_a}{m}}t_a = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \tag{18}$$

$$\cos\sqrt{\frac{K_a}{m}}t_a = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \tag{19}$$

On détermine alors la pleine course Z_a de l'atterrisseur :

$$Z_a = \frac{mg(1-p)}{K_a} + \sqrt{\frac{(mg)^2(1-p)^2}{K_a^2} + \frac{mV_i^2}{K_a}} \tag{20}$$

La dérivée de la vitesse donnée par l'équation (10) fournit l'accélération subie par l'ULM et les passagers. On obtient :

$$\ddot{z} = \frac{K_a}{m}(-a\cos\sqrt{\frac{K_a}{m}}t - b\sin\sqrt{\frac{K_a}{m}}t) \tag{21}$$

Calculons à présent le facteur de charge qui résulte de cette accélération. Le facteur de charge est le rapport entre le poids apparant et le poids, soit :

$$n = \frac{W_a}{mg} \tag{22}$$

Le poids apparant est la somme algébrique du poids et de la force d'inertie :

$$W_a = W - m\ddot{z} = P + R \tag{23}$$

On obtient finalement :

$$n = p + \frac{K_a z}{mg} \tag{24}$$

L'accélération maximale étant atteinte en fin de course de l'atterrisseur, on déduit le facteur de charge maximum :

$$n_m = p + \frac{K_a Z_a}{mg} \tag{25}$$

La force maximale F appliquée par l'atterriseur à l'ULM est obtenue à la pleine course, soit :

$$F = K_a Z_a \tag{26}$$

Le rapport entre cette force et le poids de l'ULM définit le facteur de charge de l'amortisseur :

$$n_a = \frac{K_a Z_a}{mg} \tag{27}$$

La raideur totale de l'atterriseur K_a est le résultat de la combinaison en parallèle de la raideur de l'atterriseur gauche et droit chacun composés en série de la raideur d'une suspension et d'un pneumatique. En notant K_s la raideur de chaque suspension et K_p la raideur de chaque pneumatique on déduit la relation :

$$\frac{1}{K_a} = \frac{1}{2}(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_p}) \tag{28}$$

En considérant que la force maximale est équirépartie entre les deux atterrisseurs gauche et droit et en remarquant que chacune des forces que subit chaque atterrisseur s'applique au déplacement à la fois de la suspension Z_s et du pneumatique Z_p, on déduit les courses des suspensions et des pneumatiques :

$$\frac{F}{2} = K_s Z_s = K_p Z_p \tag{29}$$

Le calcul des déplacements dus au seul poids de l'ULM s'obtient par :

$$Z_{a1} = \frac{mg}{K_a} \tag{30}$$

$$Z_{s1} = \frac{mg}{2K_s} \tag{31}$$

$$Z_{p1} = \frac{m_g}{2K_p} \tag{32}$$

5 Test de lâcher

Pour tester l'atterrisseur on procède à un lâcher de l'ULM. Déterminons l'altitude de ce lâcher qui doit être calculée pour reproduire les même caractéristiques que celles d'un atterrissage réel. Il faut pour cela satisfaire aux deux conditions suivantes :

- la vitesse verticale doit valoir V_i ;
- la course de l'atterriseur doit être égale à Z_a.

La dernière condition conduit à ce que les forces appliquées et donc les facteurs de charges soient identiques entre le test de lâcher et l'atterrissage réel.

Le lâcher étant réalisé par définition sans force de portance, son altitude pour conduire à une vitesse d'impact V_i s'obtient à partir de l'équation (5) avec $p = 0$, soit :

$$h_l = \frac{1}{2}\frac{V_i^2}{g} \tag{33}$$

Pour obtenir la même course que celle de l'atterrissage réel, il faut nécessairement modifier la masse de l'ULM puisque le test de lâcher est effectué sans force de portance. Notons m' cette masse. La course de l'atterriseur suite au lâcher s'obtient à partir de l'équation (20) avec $p = 0$, soit :

$$Z_a = \frac{m'g}{K_a} + \sqrt{\frac{(m'g)^2}{K_a^2} + \frac{m'V_i^2}{K_a}} \tag{34}$$

En égalant les deux expressions donnant Z_a, on déduit la relation qui permet de calculer la masse m' :

$$\frac{m'g}{K_a} + \sqrt{\frac{(m'g)^2}{K_a^2} + \frac{m'V_i^2}{K_a}} = \frac{mg(1-p)}{K_a} + \sqrt{\frac{(mg)^2(1-p)^2}{K_a^2} + \frac{mV_i^2}{K_a}} \tag{35}$$

Pour résoudre cette équation on remplace la vitesse V_i par son expression en fonction de l'altitude h_l. On obtient :

$$m'g + \sqrt{(m'g)^2 + m'g2h_lK_a} = mg(1-p) + \sqrt{(mg)^2(1-p)^2 + mg2h_lK_a} \tag{36}$$

On élève au carré chaque membre de cette équation et on fait disparaître les racines des doubles produits en remarquant que :

$$\sqrt{(m'g)^2 + m'g2h_lK_a} = K_aZ_a - m'g \tag{37}$$

$$\sqrt{(mg)^2(1-p)^2 + mg2h_lK_a} = K_aZ_a - mg(1-p) \tag{38}$$

On déduit :

$$m' = m\frac{h_l + (1-p)Z_a}{h_l + Z_a} \tag{39}$$

6 Norme FAR 23

La norme américaine FAR 23.473 [1] définit les hypothèses à prendre en compte pour dimensionner le train d'atterrissage des aéronefs légers. La norme FAR 23.723 définit les conditions à remplir pour les tests de lâcher.

La vitesse verticale d'impact est calculée selon la formule :

$$V_i = 0.51(\frac{W}{S})^{0.25} \tag{40}$$

avec S la surface de la voilure, sachant que cette vitesse ne peut être inférieure à 2.13 m/s et supérieure à 3.05 m/s.

La portance prise en compte pendant l'atterrissage ne peut être supérieure à celle engendrée par les $\frac{2}{3}$ de la surface de l'aile, conduisant donc à une valeur maximale de p de 0.66.

Les tests de lâcher doivent être réalisés à l'altitude calculée par la relation (33) et la masse calculée par la relation (39).

Enfin, un test ultime de lâcher doit être conduit avec une vitesse verticale égale à $1.2V_i$ en considérant une portance égale au poids ($p = 1$). Dans ces conditions l'atterrisseur peut talonner mais ne doit pas défaillir.

Références

[1] FAA Federal Aviation Regulations : Part 23 - Airworthiness standards www.flightsimaviation.com/data/FARS/part_23.html