

Le pavillon WE66A

Jean Fourcade <audio@volucres.fr>

27 mars 2019

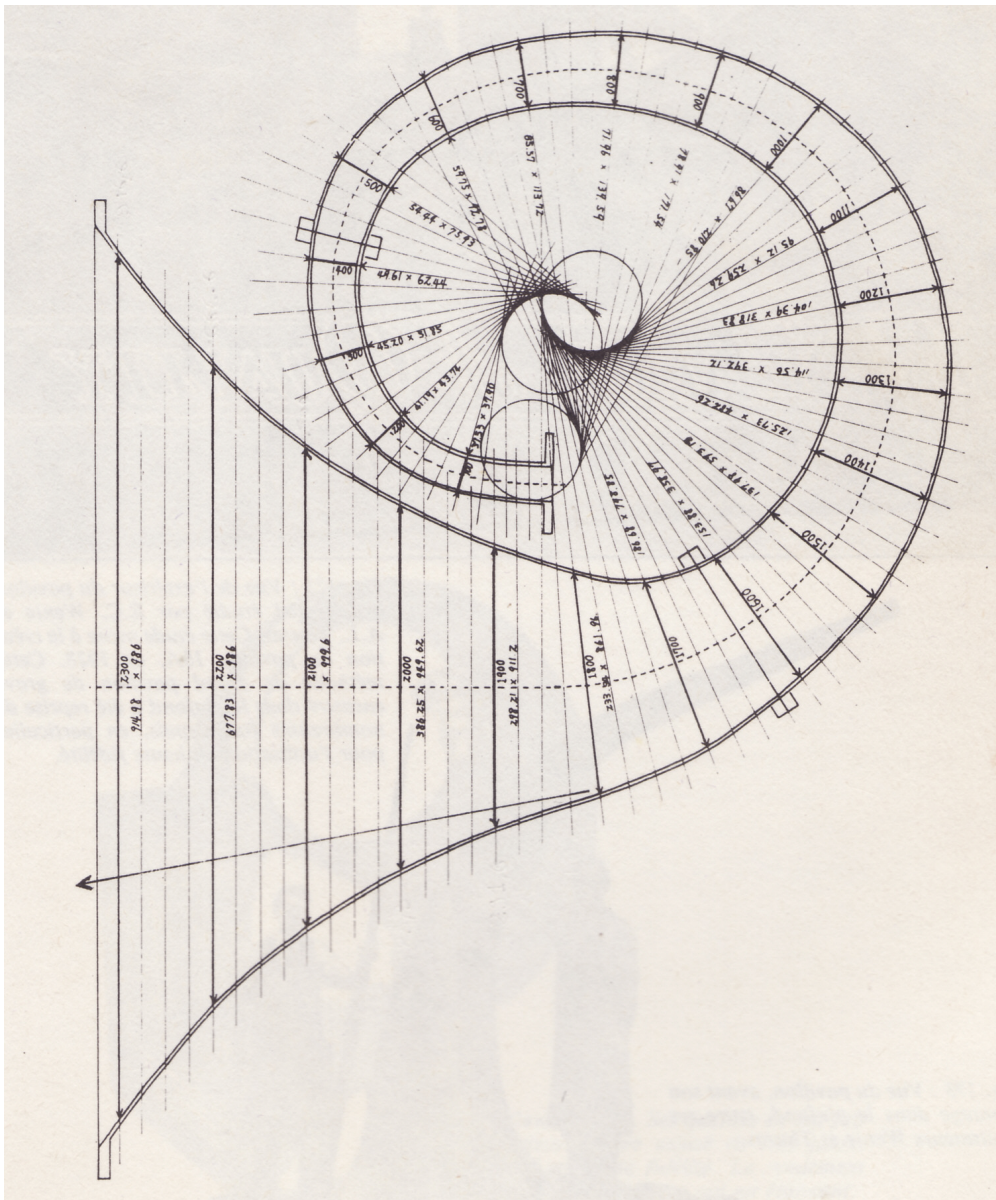


Table des matières

1	Introduction	3
2	Description du pavillon	3
3	Etude de la formule d'expansion	4
4	Etude de la largeur et de la hauteur	7
5	Adaptation à un moteur 2"	11
6	Etude du repliement	12

1 Introduction

Le WE 66A est un pavillon replié dérivé du célèbre pavillon Western Electric WE15A. De dimensions plus réduites, il est mieux adapté à un environnement domestique et constitue une voie royale pour un transducteur bas-médium.

Contrairement à ce que laisse penser son nom, le WE66A n'est pas un pavillon conçu par la firme Western Electric, mais une conception propre à un artisan japonais, la maison "Tatematsu Kogei".

Le pavillon WE15A a été conçu en 1928 par E.C. Wente et A.L. Thuras, les deux fameux ingénieurs qui sont à l'origine de la première chambre de compression, la célèbre WE555.

Le pavillon WE15A se caractérise par une faible variation de la hauteur dans sa partie courbe compensée par une expansion plus importante de la largeur afin de respecter la croissance exponentielle de la surface que dicte la fréquence de coupure. Cette faible variation de la hauteur sur la partie courbe réduit la déformation des fronts d'ondes supposés plan quand la fréquence augmente et permet d'utiliser ce pavillon sur une plage de fréquence étendue.

Dans la partie droite, près de l'embouchure, le phénomène s'inverse, la largeur croît plus vite que la hauteur.

L'étude des rapports entre la hauteur et la largeur des pavillons WE15A et WE66A montre leur similitude. Ils diffèrent en cela d'un autre célèbre pavillon, le pavillon Sato.

Cette note débute par une étude des caractéristiques du WE66A (formule d'expansion et fréquence de coupure) puis décrit les modifications qui ont été apportées pour pouvoir les faire fonctionner avec des chambres de compression de diamètre de gorge 2".

2 Description du pavillon

Le schéma du pavillon, tiré du livre "Les haut-parleurs" de J. Hiraga, est reproduit sur la page de garde. Ce schéma fournit les cotes des sections rectangulaires (largeur, hauteur) en fonction de la distance à la gorge.

Le WE66A est un pavillon replié constitué de trois parties. Sa longueur totale dépliée est de 2325 mm. Son embouchure a une surface d'environ 1 m² et la dimension de sa gorge est de 38 mm x 38 mm (1,5").

L'étude détaillée de ce schéma amène les remarques suivantes :

- il manque les cotes exacte de l'embouchure ;
- la valeur de la hauteur situé à 2100 mm de la gorge est absente ;
- la valeur de la largeur situé à 1600 mm de la gorge est erronée car elle n'est pas dans la continuité des valeurs adjacentes ;
- ce schéma ne donne aucune indication sur la manière de calculer le repliement du pavillon.

3 Etude de la formule d'expansion

La formule d'expansion d'un pavillon est la loi qui permet de calculer la surface S du front d'onde en fonction de la distance à la gorge. Dans le cas d'un pavillon exponentiel cette loi s'écrit :

$$S(x) = S_0 e^{mx} \quad (1)$$

avec :

- S_0 surface de la gorge ;
- m le coefficient d'expansion.

Le coefficient d'expansion est lié à la fréquence de coupure basse du pavillon par la formule :

$$f_c = \frac{mc}{4\pi} \quad (2)$$

avec c la vitesse du son dans l'air (344 m/s).

En prenant le logarithme de la formule d'expansion (1), on obtient l'équation ci-dessous :

$$\log S(x) = mx + \log S_0 \quad (3)$$

Ainsi, le tracé du logarithme de la section d'un pavillon exponentiel en fonction de la distance à la gorge est une droite dont la pente est le coefficient d'expansion. L'origine de cette droite permet de calculer la surface de la gorge.

Nous ferons l'hypothèse que les fronts d'ondes du WE66A sont plans et que la surface qui entre en jeu dans l'équation (1) est donc simplement celle calculée à partir du produit de la largeur par la hauteur.

Le tableau de la figure 1 donne la largeur l , la hauteur h , la surface S ainsi que le logarithme de ses trois grandeurs en fonction de la distance x .

Le graphique de la figure 2 représente le tracé de $\log S(x)$ en fonction de x . Ce tracé est une parfaite droite ce qui démontre que le WE 66A est un pavillon purement exponentiel aux fronts d'ondes plans. Seul les points situés à 100 mm et 200 mm s'écartent légèrement du profil exponentiel.

Pour calculer le coefficient d'expansion nous allons effectuer une régression linéaire sur la zone qui suit exactement le profil exponentiel, soit entre les coordonnées $x = 300 \text{ mm}$ et 2400 mm .

On obtient : $m = 2,9878 \text{ m}^{-1}$ et $S_0 = 929 \text{ mm}^2$.

On peut alors calculer la fréquence de coupure. On trouve : $f_c = 81.79 \text{ Hz}$.

On conseille généralement de couper électriquement un pavillon à une fréquence égale au triple de sa fréquence de coupure acoustique. On pourra, des lors, utiliser les WE66A dès 240 Hz.

A partir de la formule d'expansion, il est possible de calculer la surface de l'embouchure. On trouve : 966288 mm^2 . Étant donné que la largeur du pavillon est pratiquement constante sur les derniers 100 mm de longueur, on prendra comme largeur de celle-ci, la dernière largeur connue (986 mm). On calcule alors la hauteur de l'embouchure à partir de sa surface. On obtient : 980 mm que nous arrondirons à 986 mm pour obtenir une bouche carrée.

De même, à partir de la surface à la cote 2100 mm, calculée à partir de la formule d'expansion (496860 mm^2), on calcule la hauteur manquante du pavillon. On obtient : 507 mm.

x (mm)	l (mm)	h (mm)	S (mm ²)	Log l	Log h	Log S	Log l'	Log h'	log S'	l/h
0	27,52	34,10	929	3,315	3,529	6,835	3,315	3,529	6,835	,81
100	38	38	1444	3,638	3,638	7,275	3,519	3,623	7,133	1,00
200	44	41	1804	3,784	3,714	7,498	3,723	3,716	7,432	1,07
300	52	45	2340	3,951	3,807	7,758	3,927	3,809	7,731	1,16
400	62	50	3100	4,127	3,912	8,039	4,130	3,902	8,030	1,24
500	76	54	4104	4,331	3,989	8,320	4,334	3,995	8,329	1,41
600	93	60	5580	4,533	4,094	8,627	4,538	4,088	8,627	1,55
700	114	66	7524	4,736	4,190	8,926	4,742	4,181	8,926	1,73
800	140	72	10080	4,942	4,277	9,218	4,946	4,274	9,225	1,94
900	172	79	13588	5,147	4,369	9,517	5,150	4,367	9,524	2,18
1000	211	87	18357	5,352	4,466	9,818	5,354	4,460	9,822	2,43
1100	259	95	24605	5,557	4,554	10,111	5,557	4,554	10,121	2,73
1200	319	104	33176	5,765	4,644	10,410	5,761	4,647	10,420	3,07
1300	392	115	45080	5,971	4,745	10,716	5,965	4,740	10,719	3,41
1400	482	126	60732	6,178	4,836	11,014	6,169	4,833	11,018	3,83
1500	593	138	81834	6,385	4,927	11,312	6,373	4,926	11,316	4,30
1600	718	154	110572	6,576	5,037	11,613	6,577	5,019	11,615	4,66
1700	799	187	149413	6,683	5,231	11,914	6,781	5,112	11,914	4,27
1800	862	234	201708	6,759	5,455	12,215	6,985	5,205	12,213	3,68
1900	911	298	271478	6,815	5,697	12,512	7,188	5,298	12,511	3,06
2000	950	386	366700	6,856	5,956	12,812	7,392	5,392	12,810	2,46
2100	980	507	496860	6,888	6,229	13,116	7,596	5,485	13,109	1,93
2200	986	678	668508	6,894	6,519	13,413	7,800	5,578	13,408	1,45
2300	986	915	902190	6,894	6,819	13,713	8,004	5,671	13,707	1,08
2325	986	980	966288	6,894	6,888	13,781	8,055	5,694	13,781	1,01
				Pente :	2,04	,93			2,9878	

FIGURE 1 – Coordonnées du pavillon

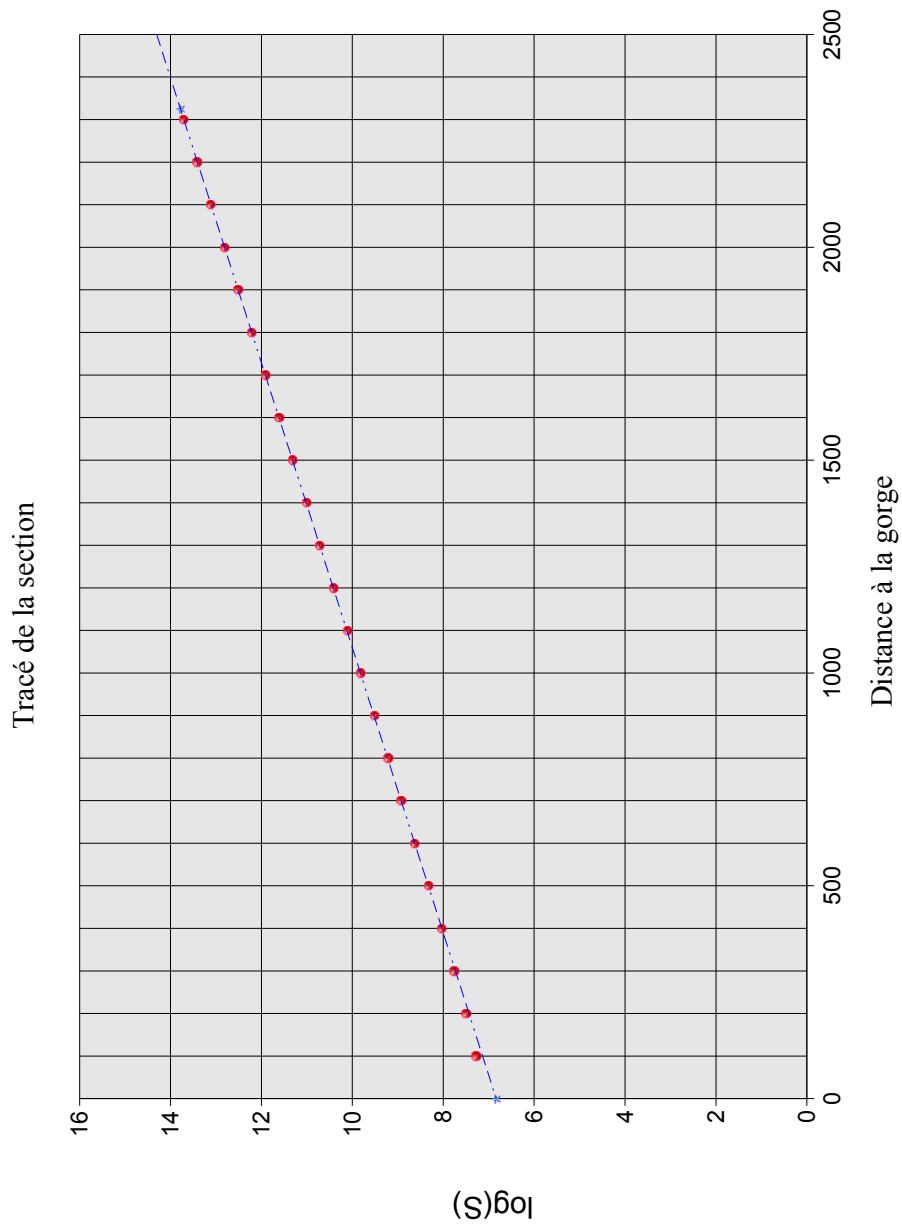


FIGURE 2 – Sections

4 Etude de la largeur et de la hauteur

Pour étudier le profil de la largeur et de la hauteur on procède de même que pour l'étude de la formule d'expansion.

A l'aide du tableau de la figure 1, on trace le logarithme de la largeur et de la hauteur en fonction de la distance à la gorge. On constate en étudiant les graphiques des figures 3 et 4 que la largeur et la hauteur suivent également un profil exponentiel mais uniquement sur une partie du pavillon allant de la gorge à 1600 mm de celle-ci. Ensuite la hauteur croit plus rapidement que la longueur.

Sur la partie du pavillon où la hauteur et la largeur suivent un profil exponentiel, il est possible, en définissant les coefficients m_l et m_h (respectivement le coefficient d'expansion de la largeur et de la hauteur) de poser les équations :

$$l(x) = l_0 e^{m_l x} \quad (4)$$

$$h(x) = h_0 e^{m_h x} \quad (5)$$

avec :

- $l(x)$ la largeur du pavillon ;
- $h(x)$ la hauteur du pavillon.

On a :

$$S(x) = l(x)h(x) = l_0 h_0 e^{(m_l + m_h)x} = S_0 e^{mx} \quad (6)$$

On déduit :

$$l_0 h_0 = S_0 \quad (7)$$

$$m_l + m_h = m \quad (8)$$

En effectuant une régression linéaire entre les coordonnées $x = 300$ mm et $x = 1600$ mm. On obtient $m_l = 2,04$, $m_h = 0,93$, $l_0 = 27,52$ mm et $h_0 = 34,10$ mm. On trouve évidemment $m_l + m_h = m$ aux erreurs de mesures près.

Le graphique de la figure 5 représentant le rapport largeur sur hauteur est caractéristique des pavillons repliés Western Electric.

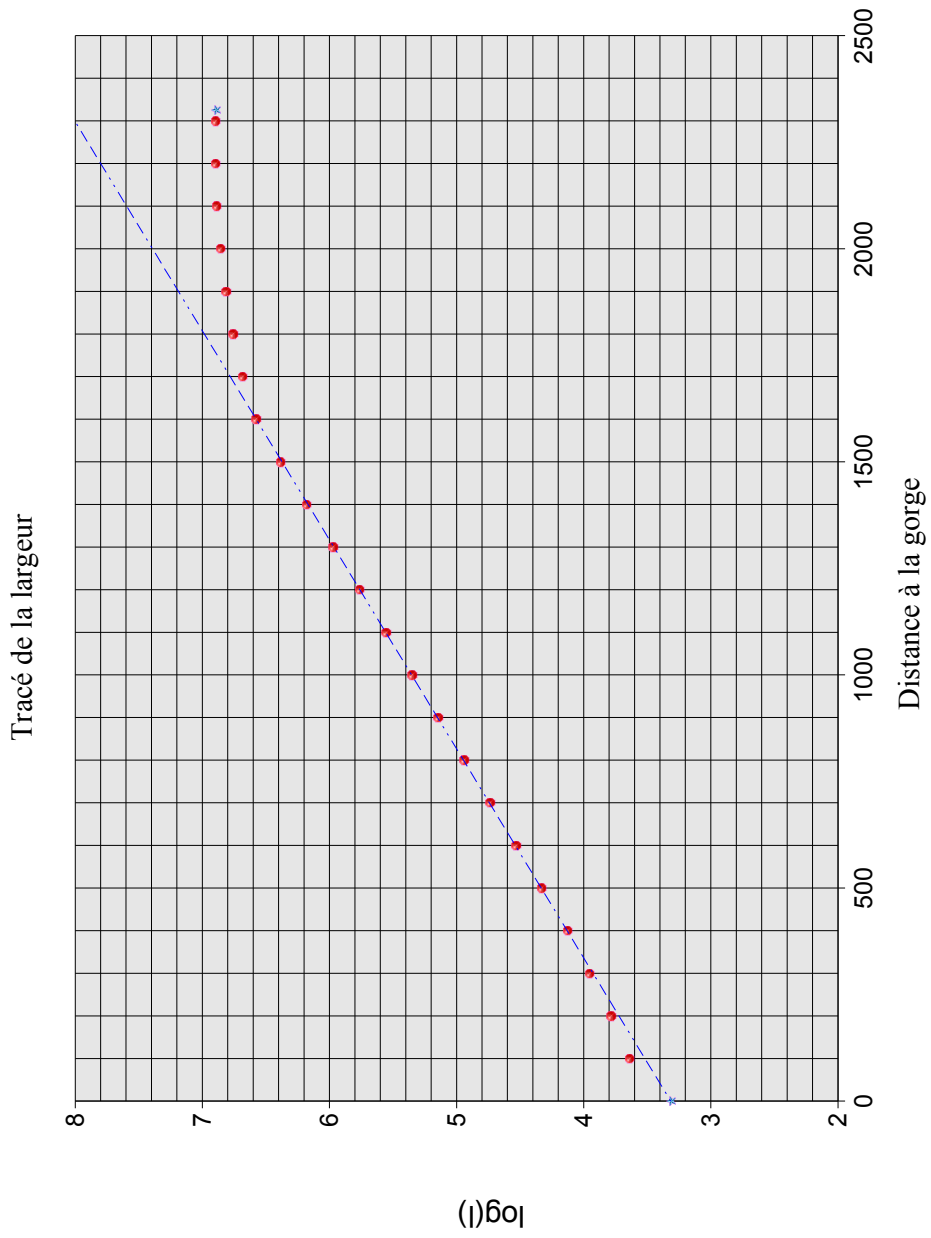


FIGURE 3 – Largeur

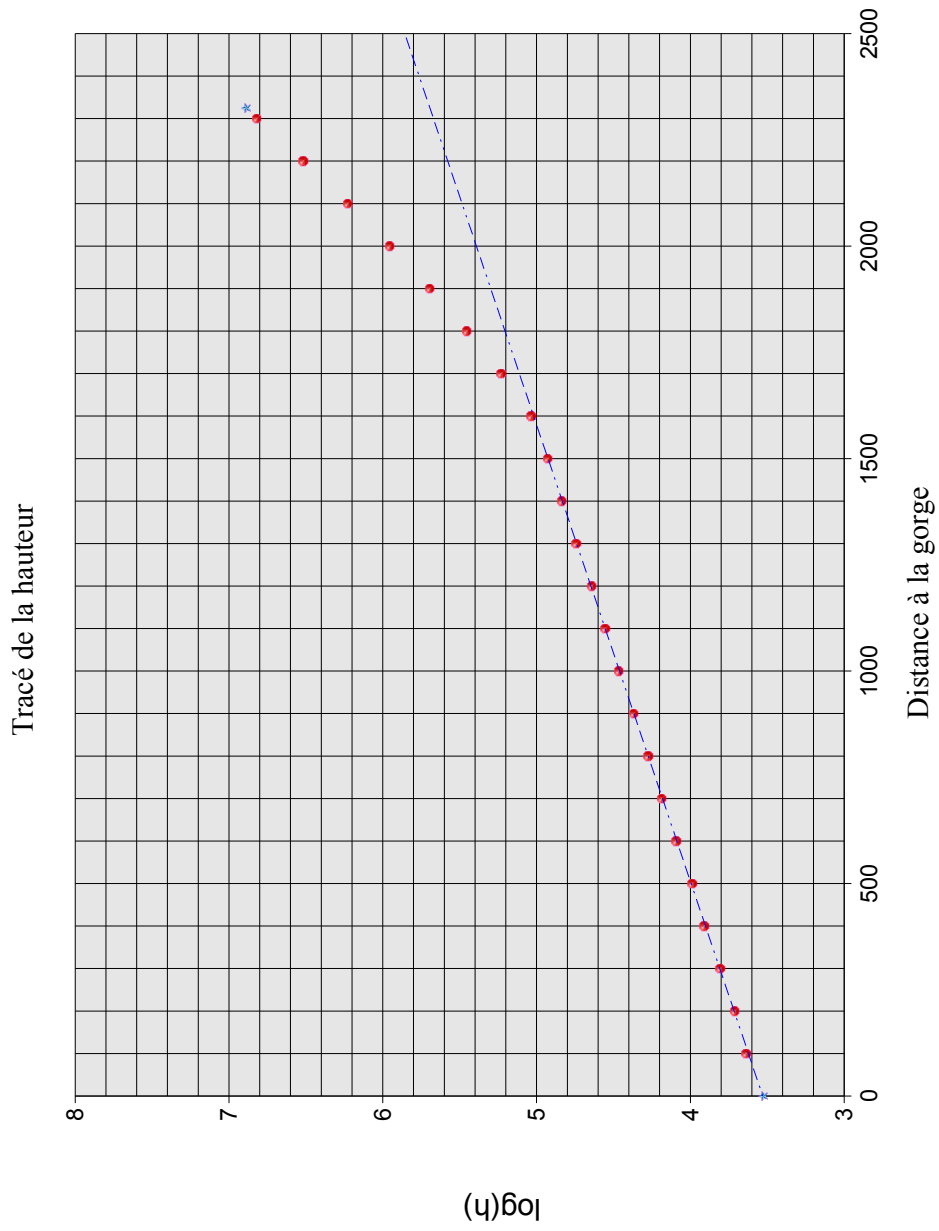


FIGURE 4 – Hauteur

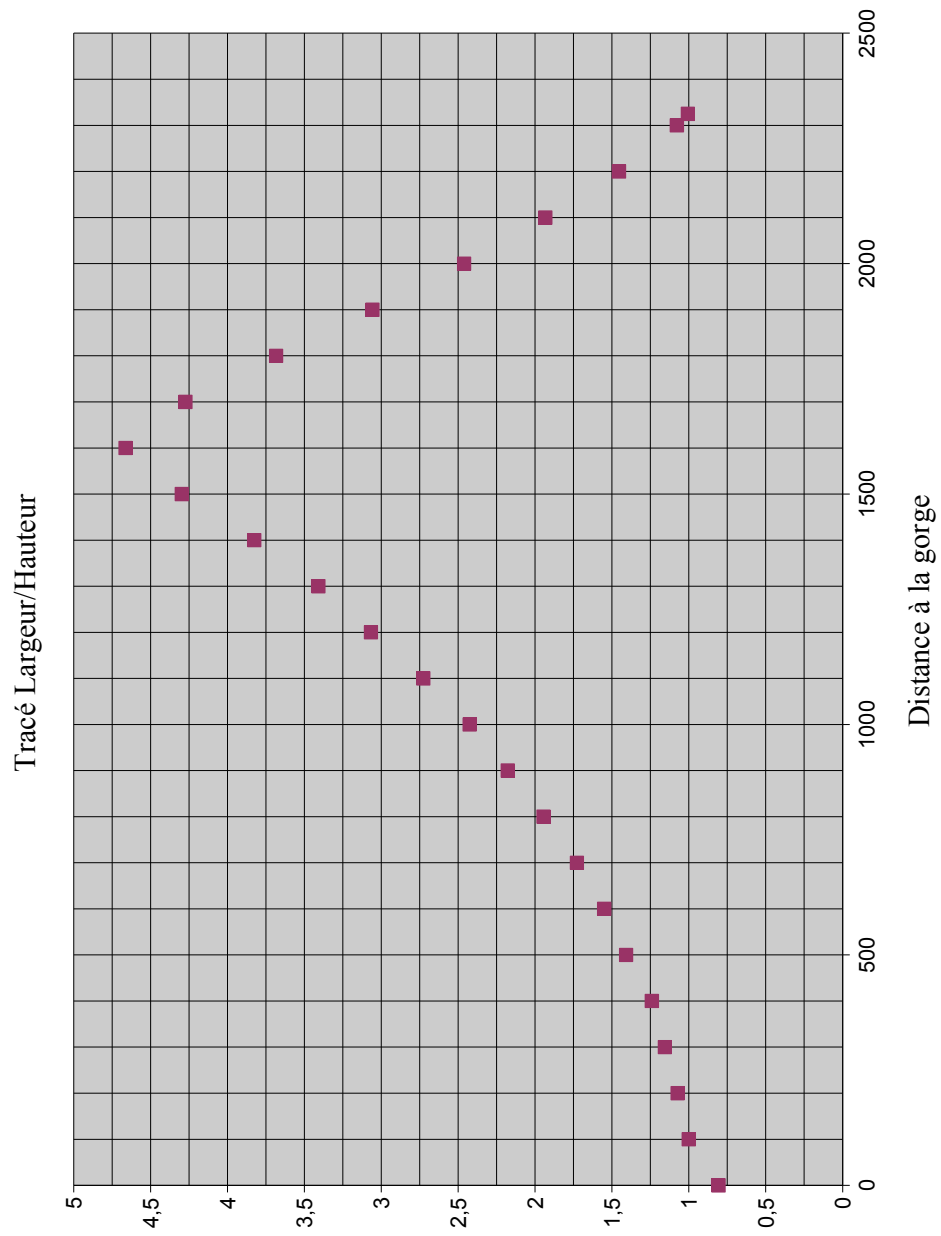


FIGURE 5 – Largeur/Hauteur

5 Adaptation à un moteur 2"

Nous allons modifier ce pavillon pour pour pouvoir l'utiliser avec un moteur 2".

Pour cela, il nous faut modifier la largeur et la hauteur de la gorge. Cette modification a une répercussion évidente sur toute la forme du pavillon.

Il n'est pas envisageable de modifier le pavillon sur la partie ou la largeur et la hauteur ne suivent pas un profil exponentiel étant donné que nous ne connaissons pas la loi qui régie le rapport hauteur/largeur.

Aussi, pour adapter ce pavillon à un moteur 2", nous allons procéder comme suit : nous allons calculer deux nouveaux coefficients m_l et m_h , sans changer la fréquence de coupure (donc m), tel qu'à une distance x_b à déterminer, la largeur et la hauteur du nouveau pavillon soient respectivement égales à la hauteur et la largeur du pavillon non modifié à la cote 1600 mm.

D'où l'énoncé du problème : trouver m_l, m_h , et x_b tels que :

$$l_b = g_0 e^{m_l x_b} \quad (9)$$

$$h_b = g_0 e^{m_h x_b} \quad (10)$$

$$m = m_l + m_h \quad (11)$$

avec :

$$g_0 = 51 \text{ mm} \quad (12)$$

$$l_b = 718 \text{ mm} \quad (13)$$

$$h_b = 154 \text{ mm} \quad (14)$$

On obtient :

$$m_h = \frac{m}{1 + \frac{\log \frac{l_b}{g_0}}{\log \frac{h_b}{g_0}}} \quad (15)$$

$$m_l = m - m_h \quad (16)$$

$$x_b = \frac{1}{m_l} \log \frac{l_b}{g_0} \quad (17)$$

Ce qui donne : $m_h = 0.881, m_l = 2.109$ et $x_b = 1260$ mm. La modification des deux coefficients d'expansion est faible (0.881 contre 0.93 pour m_h et 2.109 contre 2.04 pour m_l). Le pavillon a été raccourci de 340 mm. Sa longueur est maintenant de 1985 mm.

Le tableau ci-dessous donne les cotes du nouveau pavillon. La valeur de la largeur au point de recollement (valeur en italique) a légèrement été modifiée pour assurer une meilleure continuité de la pente.

x (mm)	l (mm)	h (mm)
0	51	51
100	63	55
200	77	61
300	96	66
400	118	72
500	146	79
600	180	86
700	222	94
800	275	103
900	339	112
1000	419	123
1100	517	134
1200	638	146
1260	710	154
1360	799	187
1460	862	234
1560	911	298
1660	950	386
1760	980	507
1860	986	678
1960	986	915
1985	986	986

FIGURE 6 – Coordonnées du pavillon modifié

6 Etude du repliement

Le livre de Jean Hiraga ne donne aucune indication sur la manière de calculer le repliement du pavillon. Comme on peut le voir toutefois sur le schéma de la page de garde, le repliement du pavillon semble être obtenu à partir d'une courbe médiane (en pointillé sur la figure) sur laquelle sont portés perpendiculairement les hauteurs. Cette courbe médiane est obtenue par enroulement d'une droite de longueur variable autour d'un cercle. Par construction, la courbe médiane est en chaque point perpendiculaire à la droite qui sert à l'engendrer.

Posons les équations qui satisfont ces conditions.

Soit un cercle de rayon r , centré à l'origine. Soit un point A de ce cercle repéré par l'angle θ et un segment de droite de longueur, $k(\theta)$ tangent au cercle en A , définissant le point B .

Quand θ varie, le point B décrit la courbe médiane du pavillon. Les coordonnées du point A sont :

$$x = r \cos \theta \tag{18}$$

$$y = r \sin \theta \tag{19}$$

Et celles du point B :

$$x = r \cos \theta - k(\theta) \sin \theta \tag{20}$$

$$y = r \sin \theta + k(\theta) \cos \theta \tag{21}$$

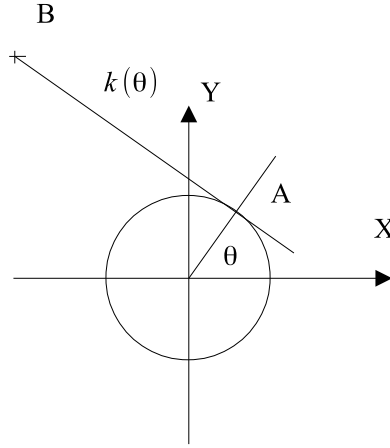


FIGURE 7 – Replieement

La pente de la courbe engendrée par le point B est donnée par :

$$dx = (-r \sin \theta - k'(\theta) \sin \theta - k(\theta) \cos \theta) d\theta \quad (22)$$

$$dy = (r \cos \theta + k'(\theta) \cos \theta - k(\theta) \sin \theta) d\theta \quad (23)$$

On en déduit les coordonnées d'un vecteur directeur perpendiculaire à cette tangente :

$$r \cos \theta + k'(\theta) \cos \theta - k(\theta) \sin \theta \quad (24)$$

$$r \sin \theta + k'(\theta) \sin \theta + k(\theta) \cos \theta \quad (25)$$

Ce vecteur directeur dirige également la droite AB , soit :

$$\frac{r \cos \theta + k'(\theta) \cos \theta - k(\theta) \sin \theta}{r \sin \theta + k'(\theta) \sin \theta + k(\theta) \cos \theta} = -\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad (26)$$

De cette expression on tire :

$$r + k'(\theta) = 0 \quad (27)$$

Ce qui donne en intégrant :

$$k = k_0 - r\theta \quad (28)$$

Ainsi le point A est obtenu par enroulement d'une corde de longueur fixe k_0 autour d'un disque de rayon r .

Le pavillon original possède trois enroulements différents. Étant donné que l'adaptation à un moteur 2" nous a conduit à raccourcir le pavillon, nous allons simplement utiliser un seul cercle pour faire effectuer une rotation de 180 degrés au conduit du pavillon et continuer en ligne droite jusqu'à l'embouchure. Le pavillon sera constitué de deux parties seulement. La jointure sera située au point de recollement, soit à 1270 mm de la gorge.

Nous avons choisi de prendre :

$$k_0 = 450 \text{ mm} \quad (29)$$

$$r = 45 \text{ mm} \quad (30)$$

La fin de la courbure se trouve, comme sur le pavillon original, à 475 mm de l'embouchure soit à la cote $x=1510$ mm. Ce point correspond à $\theta = 0$ et $k = 450$ mm.

Etant donné que la distance est portée sur la courbe médiane, il nous faut calculer la longueur de la courbe comprise entre deux angles θ_1 et θ_2 .

Cette distance s'obtient par l'intégrale suivante :

$$L_{\theta_1}^{\theta_2} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{dx^2 + dy^2} d\theta \quad (31)$$

Or nous avons :

$$dx = -(k_0 - r\theta) \cos \theta d\theta \quad (32)$$

$$dy = (k_0 - r\theta) \sin \theta d\theta \quad (33)$$

Ce qui donne :

$$L_{\theta_1}^{\theta_2} = k_0(\theta_2 - \theta_1) - \frac{1}{2}r(\theta_2^2 - \theta_1^2) \quad (34)$$

A partir de cette expression on déduit θ_2 connaissant θ_1 et la distance $L_{\theta_1}^{\theta_2}$.

$$\theta_2 = \frac{1}{r} [k_0 - \sqrt{(k_0 - r\theta_1)^2 - 2rL_{\theta_1}^{\theta_2}}] \quad (35)$$

Cette formule permet de calculer la suite des angles tel que la distance entre deux éléments consécutifs soit de 100 mm. On peut alors calculer la distance le long de la courbe médiane du début à la fin de la courbure (de $\theta_1 = 0$ à $\theta_2 = \pi$) :

$$L_{\theta_1}^{\theta_2} = 1192 \text{ mm} \quad (36)$$

Ainsi, en partant de l'embouchure, le pavillon est rectiligne sur une distance de 318 mm, puis il décrit une courbe de 180 degrés suivant les caractéristiques ci-dessus, sur une distance de 1192 mm puis redevient rectiligne sur une distance de 475 mm.

Le graphique de la figure 8 représente le pavillon vue de coté avec les axes X et Y et le cercle de rayon 45 mm qui sert à engendrer la ligne médiane.

Le tableau de la figure 9 donne toutes les cotes du pavillon. La première colonne est la distance à la gorge, la deuxième colonne est la largeur, la troisième colonne est la hauteur. On trouve ensuite $k(\theta)$ et θ . Enfin les deux dernières colonnes sont les coordonnées de la courbe médiane dans un repère dont l'origine est le centre du cercle.

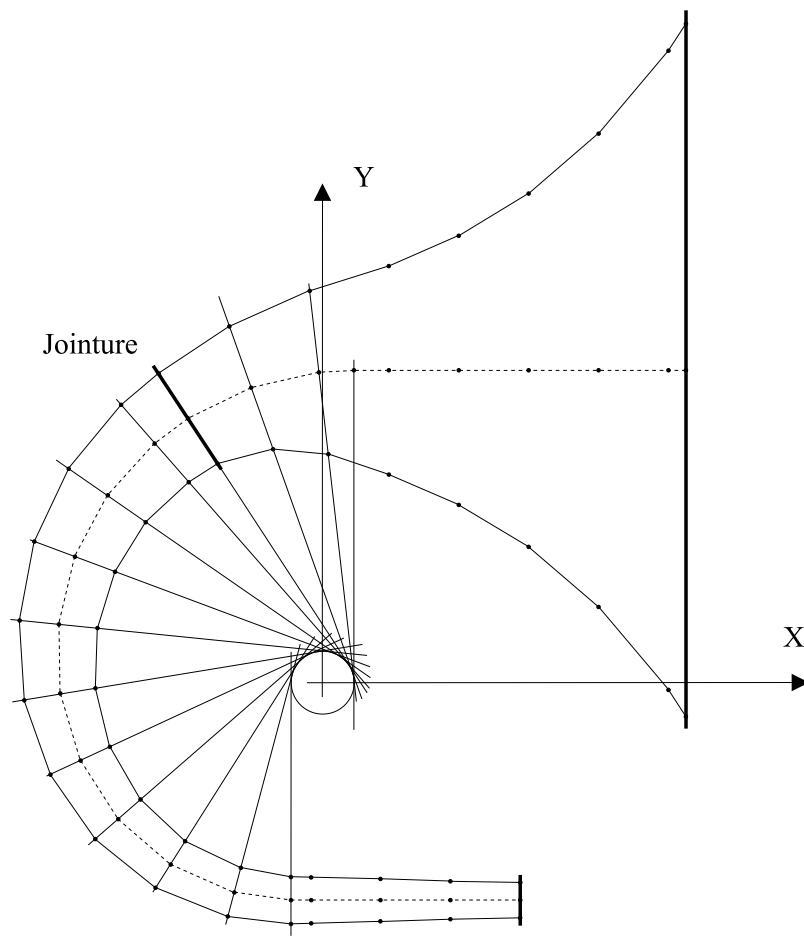


FIGURE 8 – Pavillon en coupe

x (mm)	l (mm)	h (mm)	θ	k (mm)	x(mm)	y (mm)	
0	51	51	180	309	-45	-309	----début courbure
100	63	55	165	320	-126	-298	
200	77	61	148	334	-217	-258	
300	96	66	131	347	-292	-193	
318	99	67	115	360	-346	-109	
400	118	72	99	372	-375	-13	
500	146	79	84	384	-377	86	
600	180	86	69	396	-354	183	
700	222	94	55	407	-307	271	
800	275	103	41	418	-240	345	
900	339	112	33	424	-192	381	---- Jointure
1000	419	123	19	435	-102	425	
1100	517	134	6	445	-5	447	
1200	638	147	0	450	45	450	---- Fin courbure
1260	710	154					
1360	799	187					
1460	862	234					
1510							
1560	911	298					
1660	950	386					
1760	980	507					
1860	986	678					
1960	986	915					
1985	986	986					

FIGURE 9 – Cotes du pavillon