

Les diffuseurs de Schroeder

©Arthur Blanc

ablanc@vt.edu

Dernière mise à jour le 19 Avril 2003

1 Introduction

Si pour certains un environnement très amorti correspond à l’auditorium idéal, beaucoup préfèrent une salle dont l’acoustique accroît artificiellement la sensation d’espace. Malheureusement, le commun des audiophiles n’a généralement qu’une pièce de dimensions modestes, avec une signature acoustique prononcée. Pour essayer de pallier à ce problème, sans pour autant supprimer cette sensation d’espace, la solution la plus simple consiste à disposer des diffuseurs pour “homogénéiser” le champ sonore. Bien que ne rentrant pas dans les détails, cet article présente rapidement les formules nécessaires pour réaliser un diffuseur de Schroeder.

2 Un brin de théorie

Manfred Schroeder est un de ces scientifiques érudits qui a su piocher dans différents domaines pour inventer de nouveaux procédés dont les applications dépassent largement le cadre de l’acoustique des salles. Pour mettre au point les diffuseurs portant son nom, il s’est appuyé sur les propriétés de séquences mathématiques. En partant du principe que si l’on souhaite une large diffusion, il faut que la surface réfléchissante puisse être modélisée par une distribution mathématique qui a un spectre de Fourier large, son choix s’est arrêté sur la séquence de Galois.

Une séquence de Galois est une fonction périodique qui repose sur les nombres premiers (pour des diffuseurs, on utilise généralement les résidus quadratiques). On définit S_n telle que :

$$S_n = n^2 \bmod N \tag{1}$$

où N est un nombre premier (les nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...)

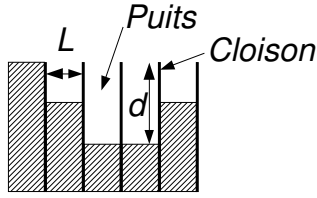


FIG. 1 – Schéma d'un diffuseur de Schroeder

Rappel : l'opérateur modulo correspond à prendre la partie entière restante après une division entre deux nombres. Par exemple, $9 \bmod 4 = 1$, ($9 - 4 \times 2 = 1$), ou encore $17 \bmod 7 = 3$, ($17 - 7 \times 2 = 3$).

Pour assurer une bonne diffusion quel que soit l'angle d'incidence des ondes, il faut que les puits soient séparés par des cloisons. Ces dernières doivent être aussi fines et rigides que possible. On note L la largeur des puits et l l'épaisseur des cloisons (*c.f* figure 1).

On définit la fréquence maximale du diffuseur, f_{max} , par :

$$f_{max} = \frac{c}{2(L + l)} \quad (2)$$

avec c , la célérité des ondes (343m/s dans l'air). La profondeur du puits n est donnée par

$$d_n = \frac{S_n c}{2N f_0} \quad (3)$$

avec :

- f_0 , la fréquence basse du diffuseur choisie par l'utilisateur (unité : le Hertz) ;
- S_n , la valeur de la séquence S à n . Note : plus S_n est grand, plus le puits est profond.

Une autre façon de voir le problème est de considérer la profondeur maximum d_{max} dont on dispose pour le diffuseur. Si l'on attribue cette valeur au puits le plus profond (qui correspond au maximum de la séquence, S_{max}), on en déduit la profondeur des autres puits par :

$$d_n = \frac{d_{max} S_n}{S_{max}} \quad (4)$$

Si l'on cherche à compliquer la mise au point, on peut déterminer le nombre de puits nécessaires en fonction des f_0 et f_{max} souhaitées. À f_0 , la courbe de directivité du diffuseur présente $2m + 1$ lobes dans le demi-plan concerné. Typiquement, pour une bonne diffusion à f_0 , on choisit $m = 2$. Dès lors, on trouve N en utilisant l'équation suivante :

$$N = \frac{2m f_{max}}{f_0} \quad (5)$$

Comme il est peu probable que le N ainsi calculé soit un nombre premier, on choisit le nombre premier le plus proche.

3 Exemple

3.1 Calculs

Afin de garder des dimensions raisonnables, on choisit $N = 7$. À défaut de choisir la fréquence basse f_0 , la profondeur maximale d_{max} est fixée à 220mm, la largeur des puits L à 70mm. Les résultats des calculs pour obtenir la profondeur de chaque puits sont présentés dans le tableau 1.

n	$S_n = n^2 \bmod 7$	d_n (mm)
0	0	0
1	1	55
2	4	220
3	2	110
4	2	110
5	4	220
6	1	55

TAB. 1 – Calculs - $N = 7$

3.2 Conseils

Dans un soucis de mobilité, il est judicieux de réaliser des modules de dimensions raisonnables. Cependant, il est parfois intéressant d’avoir un diffuseur qui recouvre un mur entier. Dans un tel cas, on modifie légèrement la séquence pour s’affranchir de l’épaisseur des parois latérales des diffuseurs pour pouvoir mettre des diffuseurs en série. Jusqu’à présent, si l’on juxte deux diffuseurs, le raccordement constitue une cloison, dont l’épaisseur est sûrement différente de celle des autres cloisons. Comme la séquence S_n est périodique, une astuce consiste à décaler la séquence d’un demi puits. Dans le cadre de notre exemple, au lieu d’avoir une séquence $[0; 1; 4; 2; 2; 4; 1]$, on utilise la séquence $[0; 1; 4; 2; 2; 4; 1; 0]$. Toutefois, il faut que les puits correspondants aux 0 de la séquence ne représentent qu’une demi largeur de puits. En faisant de la sorte, on peut prendre en compte l’épaisseur des parois latérales.

Enfin, pour accroître la bande passante du diffuseur, on peut :

- augmenter la profondeur totale du diffuseur. On abaisse ainsi la fréquence basse f_0 . Il n’y a pas de limite, si ce n’est la largeur de l’auditorium, et la tolérance des conjoints.
- diminuer la largeur des puits pour augmenter la fréquence maximale f_{max} . Cependant, il faut également s’assurer que l’épaisseur des cloisons reste petite par rapport à la largeur des puits (sinon, les séparateurs joueront le rôle de puits).

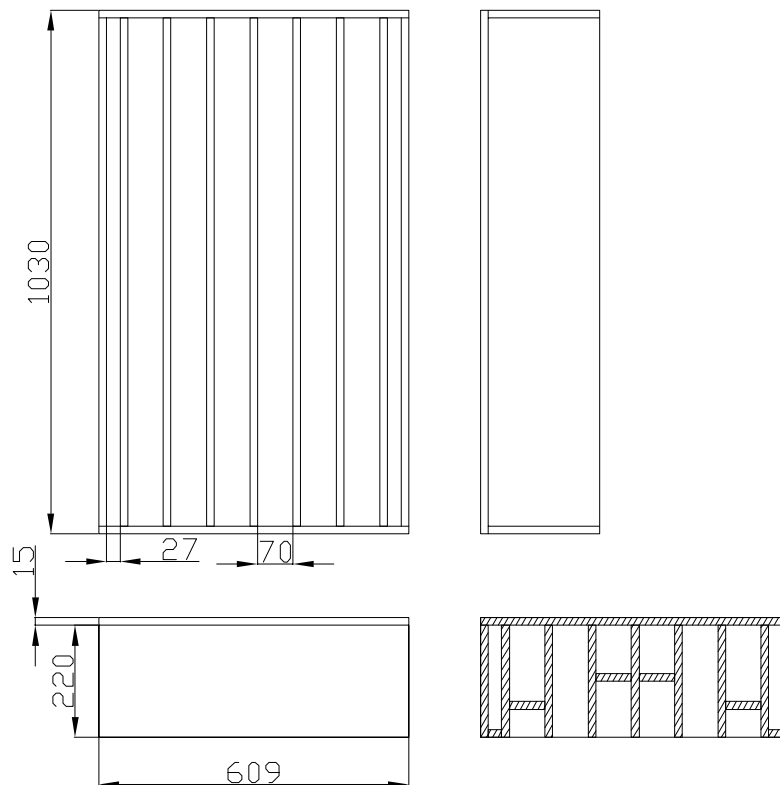


FIG. 2 – Plans d’un diffuseur de Schroeder - $N = 7$.

3.3 Réalisation

Le diffuseur correspondant aux calculs et conseils précédents est présenté dans la figure 2. On suppose que les cloisons sont réalisées en MDF ou en CTP de 15mm ($l = 15$). Les profondeurs effectives des puits sont celles du tableau 1. La hauteur du diffuseur est arbitrairement 1030mm.

4 Références

Ce document a été préparé à l’aide des documents suivants :

- P. D’Antonio, “The Reflection Phase Grating Diffuser : Design Theory and Application”, J. Audio. Eng. Soc., Vol. 32, No4, 1984.
- M. R. Schroeder, “Number Theory in Science and Communication : With Applications in Cryptography, Physics, Digital Information, Computing, and Self-Similarity”, Springer Verlag, 1986.